

Le jeu-concours international
Le kangourou des mathématiques
 Canada, 2007



9^e et 10^e année

Partie A: Chaque réponse correcte vaut 3 points.

1. Anh, Ben et Chen ont ensemble 30 balles. Si Ben donne 5 balles à Chen, Chen donne 4 balles à Anh et Anh donne 2 balles à Ben, alors les trois garçons auront le même nombre de balles. Combien de balles avait Anh en premier?

A) 8 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

2. La somme des points sur n'importe quelles des faces opposées d'un dé ordinaire est 7. Deux dés ordinaires ont été placés de la façon montrée dans la figure. Quelle est la somme des points sur toutes les faces invisibles des dés?



A) 15 B) 12 C) 7 D) 27 E) une autre réponse

3. Lors de l'annonce des résultats d'une tombola, l'animateur a dit: "Les billets gagnants sont ceux qui contiennent un nombre avec au moins 5 chiffres parmi lesquelles au plus 3 de ces chiffres sont plus grands que 2." Ensuite il a tiré des billets avec les numéros 1022, 22222, 102334, 213343, 3042531. Combien d'entre eux étaient gagnants?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. Dans le triangle ABC, D est le milieu de AB, E est le milieu de DB, F est le milieu de BC. Si l'aire du triangle ABC est 96, quelle est la valeur de l'aire du triangle AEF?

A) 16 B) 24 C) 32 D) 36 E) 48

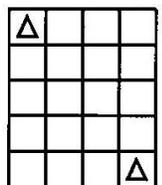
5. Frida a 2007 billes qu'elle garde dans trois sacs A, B, and C. Chaque sac contient le même nombre de billes. Si Frida enlève $\frac{2}{3}$ des billes du sac A et les met dans le sac C, quelle sera le rapport entre le nombre des billes dans le sac A et le sac C?

A) 1:2 B) 1:3 C) 2:3 D) 1:5 E) 3:2

6. Une organisation internationale a 32 membres. On prédit que l'organisation augmentera le nombre de ses membres de 50% chaque année. Combien de membres aura l'organisation dans trois ans?

A) 182 B) 128 C) 108 D) 96 E) 80

7. Combien de trajets possibles avec un nombre minimum de déplacements a le roi pour se déplacer du carré gauche en haut jusqu'au carré droit en bas sur la grille? (Le roi peut se déplacer dans n'importe quel carré adjacent en ligne, colonne ou).



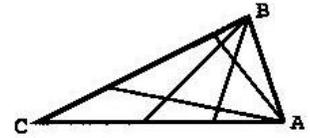
A) 1 B) 4 C) 7 D) 20 E) 35

8. Quelle est la valeur la plus petite de l'expression $2007 - \text{KAN} - \text{GA} - \text{ROO}$, si chaque lettre représente un chiffre (les lettres différentes représentent des chiffres différents et les mêmes lettres représentent les mêmes chiffres)?

A) 100 B) 110 C) 112 D) 119 E) 129

Partie B: Chaque réponse correcte vaut 4 points.

9. Sur le diagramme on a dessiné deux lignes à partir de chaque sommet A et B du triangle ABC, qui le divisent dans neuf sections qui ne se chevauchent pas. Combien des sections qui ne se chevauchent pas on aura si on dessine quatre lignes de chaque de ces sommets?

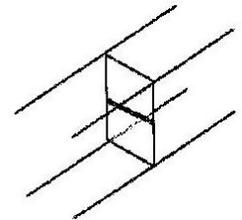


- A) 16 B) 25 C) 30 D) 42 E) 49

10. Une île est habitée par des menteurs et des nobles (les menteurs mentent toujours et les nobles disent toujours la vérité). Un jour, 12 habitants, incluant des menteurs et des nobles, se sont rencontrés et ont fait les énoncés suivants. Deux personnes ont dit: "Exactement deux personnes parmi nous douze sont des menteurs". Autres quatre personnes ont dit: "Exactement quatre personnes parmi nous douze sont des menteurs". Les six personnes qui restaient ont dit: "Exactement six personnes parmi nous douze sont des menteurs". Combien des menteurs il y avait?

- A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

11. Un couloir est affaissé vers le côté droit. En conséquence, son profile n'est plus un rectangle, mais un parallélogramme. Ceci est une porte au milieu du couloir. La porte a deux sections qui peuvent être ouvertes séparément. Où est-ce qu'on doit installer les gonds?



- A) les deux à gauche B) les deux à droite C) en haut à gauche, en bas à droite D) en bas à gauche, en haut à droite E) La porte ne s'ouvrira jamais comme il faut

12. Une corde de 10 m est attachée à un des coins d'une maison qui a une forme rectangulaire, de 6 m de longueur et 4 m de largeur. Un chien est attaché à la corde. Quel est le périmètre de la région qui peut être couverte par le chien ?

- A) 20π B) 22π C) 40π D) 88π E) 100π

13. On enlève un coin d'un triangle équilatéral et on forme un trapèze. Deux copies de ce trapèze sont placées une à côté d'autre pour former un parallélogramme. Le périmètre du parallélogramme dépasse le périmètre du triangle original de 10 cm. Quel est le périmètre du triangle équilatéral original?

- A) 10 cm B) 30 cm C) 45 cm D) 60 cm E) plus d'information est nécessaire

14. Une séquence de lettres KANGAROOKANGAROO...KANGAROO contient 20 mots KANGAROO. D'abord, toutes les lettres dans les positions impaires de la séquence sont effacées. Ensuite, dans la séquence obtenue, on efface encore une fois

les lettres des positions impaires et on continue tout de suite. A la fin il reste seulement une lettre. Quelle est cette lettre?

- A) K B) A C) N D) G E) O

15. Quel est le pourcentage des carrés parfaits parmi les nombres entiers naturels de 1 à 10000? (un nombre qui est un carré parfait peut être représenté par le carré d'un nombre naturel, par exemple $100 = 10^2$).

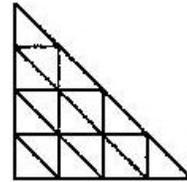
- A) 1% B) 1.5% C) 2% D) 2.5% E) 5%

16. Si on élève le nombre 4^4 à la puissance n , on obtient le nombre 8^8 . Quel est le nombre n ?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 8 E) 16

Partie C: Chaque réponse correcte vaut 5 points.

17. La figure montre une carte d'un voisinage. Le voisinage a la forme d'un triangle rectangulaire. Toutes les rues sont montrées sur la carte. Elles partagent le voisinage dans des pâtés en forme de triangles rectangulaires. Alex veut conduire du point en haut du voisinage jusqu'au point terminal à droite. Les règles de circulation lui permettent d'aller seulement en bas (verticalement), à droite (horizontalement) ou en bas sur l'«hypoténuse» du pâté. Parmi combien de trajets différents peut Alex choisir sa route?

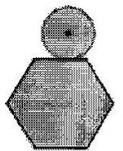


- A) 16 B) 27 C) 64 D) 90 E) 111

18. La première chiffre d'un nombre de 4 chiffres est égale au nombre de zéros dans ce nombre. La deuxième, troisième et quatrième chiffre du nombre est égale au nombre des chiffres 1, 2 et 3 respectivement qui se trouvent dans ce nombre. Combien des nombres ont cette propriété?

- A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

19. Une pièce de monnaie avec le diamètre de 1 cm roule autour d'un hexagone régulier avec le côté de 1 cm, comme montré dans la figure. Quelle est la longueur (en cm) du trajet décrit par le centre de la pièce après un tour complet autour de l'hexagone?



- A) $6 + \pi/2$ B) $6 + \pi$ C) $12 + \pi$ D) $6 + 2\pi$ E) $12 + 2\pi$

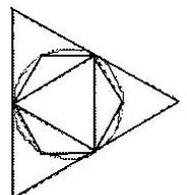
20. Disons que A est le plus petit nombre naturel avec la propriété suivante: $10 \times A$ est un carré parfait (un nombre naturel à la puissance 2) et $6 \times A$ est un cube parfait (un nombre naturel à la puissance 3). Combien de diviseurs positifs a le nombre A?

- A) 30 B) 40 C) 54 D) 72 E) 96

21. Lors d'une fête, cinq amis s'offriront des cadeaux entre eux de la façon que chacun offre un cadeau et reçoit un cadeau (bien sûr, personne ne reçoit son propre cadeau). Combien de possibilités existent?

- A) 5 B) 10 C) 44 D) 50 E) 120

22. Un triangle équilatéral et un hexagone régulier sont inscrits dans un cercle, qui à son tour est inscrit dans un triangle équilatéral plus grand (voir figure). S1 dénote l'aire du triangle plus grand, S2 est l'aire du triangle plus petit et S3 est l'aire de l'hexagone. Lesquelles des égalités suivantes est vraie?



- A) $S3 = \sqrt{S1 \times S2}$ B) $S3 = \frac{S1 + S2}{2}$ C) $S1 = S2 + S3$
 D) $S3 = \sqrt{S1^2 \times S2^2}$ E) $S1 = S3 + 3 \times S2$

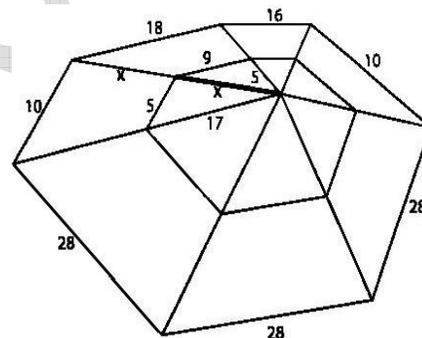
23. Il est 21h 00. Je conduis à une vitesse de 100 km/h. A cette vitesse j'ai assez d'essence pour 80 km. La plus proche station d'essence est à 100 km. La quantité d'essence utilisée par ma voiture par 1 km est proportionnelle avec la vitesse de la voiture. Je veux arriver à la station d'essence le plus vite possible. A quel heure, le plus tôt possible, puis-je arriver à la station d'essence?

- A) 22h12 B) 22h15 C) 2h 20 D) 22h 25 E) autre réponse

24. Dans une boîte il y a trois cartes vertes, trois cartes rouges, trois cartes bleues et trois cartes jaunes. Chacune de trois cartes de chaque couleur est numérotée par le numéro 1, 2 ou 3 (e.g. il y a une carte verte avec le numéro 1, une carte verte avec le numéro 2, une carte verte avec le numéro 3, etc.). On tire au hasard trois cartes de la boîte.

Laquelle des situations suivantes est la plus probable (a la probabilité la plus élevée)?

- A) Les trois cartes ont la même couleur.
 B) Les trois cartes, indifféremment de leur couleur ont les numéros 1, 2 et 3.
 C) Les trois cartes sont de trois couleurs différentes.
 D) Les trois cartes portent le même numéro.
 E) Aucune de ces possibilités, toutes les quatre situations décrites ont la même probabilité.



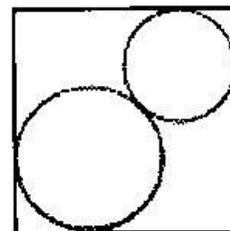
.....
Bonus 1: Une araignée habile en mathématiques tisse une toile et quelques unes des ficelles ont la longueur montrée dans la figure. Si x est un entier, déterminez la valeur de x .

- A) 11 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19

Bonus 2: On garde plusieurs colliers de diamantes dans un coffre-fort. Tous les colliers ont le même nombre de diamantes (au moins deux dans chaque collier). Si le nombre de diamantes dans le coffre-fort serait connu, alors le nombre des colliers serait certainement connu aussi. Il y a plus que 200 et moins de 300 de diamantes dans le coffre-fort. Combien de colliers il y a dans le coffre-fort?

- A) 16 B) 17 C) 19 D) 25 E) autre réponse

Bonus 3: Les centres des deux cercles dans la figure se trouvent sur une des diagonales du carré. Ils se touchent et touchent aussi les côtés du carré. Le carré a le côté de 1 cm. Quelle est la somme des longueurs de deux rayons des cercles, en centimètres?



- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) $\sqrt{2} - 1$ D) $2 - \sqrt{2}$ E) dépend du rapport des deux rayons

DO NOT COPY