

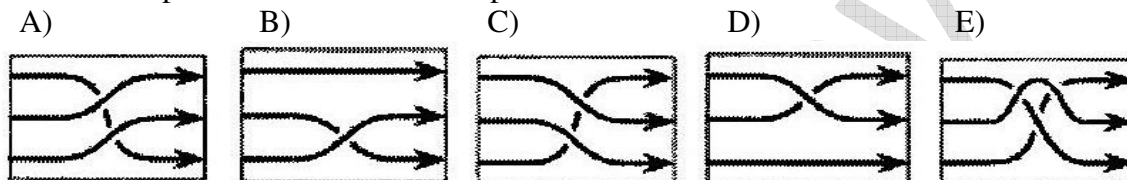
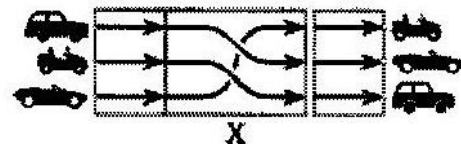
Le jeu-concours international  
Le kangourou des mathématiques  
Canada, 2007



11<sup>e</sup> et 12<sup>e</sup> année

*Partie A: Chaque réponse correcte vaut 3 points.*

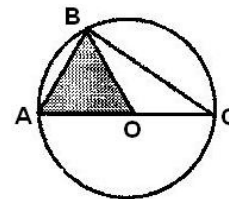
1. Michel construit un autodrome. Il veut que les voitures commencent la course dans l'ordre présentée à gauche et finissent la course dans l'ordre présentée à droite. Lequel des éléments présentés ici-bas doit remplacer l'élément X ?



2. Quelle est la valeur de  $\frac{\sin 1^\circ}{\cos 89^\circ}$  ?

A) 0      B)  $\tan 1^\circ$       C)  $1/\tan 1^\circ$       D)  $1/89$       E) 1

3. Dans la figure, le triangle ABC est inscrit dans le cercle de centre O. L'aire ombragée est égale à  $\sqrt{3}$ . Quelle est l'aire du triangle ABC ?

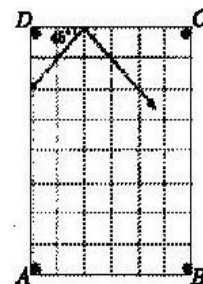


A)  $2\sqrt{3}$       B) 2      C) 5      D) 4      E)  $4\sqrt{3}$

4. Lors de l'examen d'admission d'une université, les étudiants doivent répondre correctement à au moins 80% des questions. Jusqu'à maintenant, Pierre a travaillé sur 15 questions. Il ne connaît pas les réponses pour 5 d'entre elles, mais il est sûr qu'il a répondu correctement aux autres 10 questions. S'il répond correctement au restant des questions dans le test, il passera l'examen à exactement 80%. Combien des questions il y a à l'examen ?

A) 20      B) 25      C) 30      D) 35      E) 40

5. Une bille de billard est frappée à un point sur le côté verticale de la table (près de la pochette D), comme montré dans le diagramme. La bille atteint le côté horizontale sous un angle de  $45^\circ$  et continue dans la direction indiquée par la flèche. Dans quelle pochette va-t-elle tomber ?



A) A      B) B      C) C      D) D      E) neither of the pockets

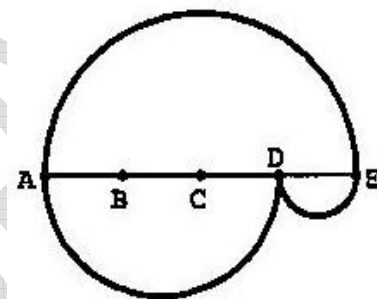
6. Certains historiens soutiennent que dans l'ancien Egypte on utilisait une ficelle avec deux nœuds pour construire un angle droit. Si la longueur de la ficelle est de 12 m et le nœud au point X est à 3 m d'un des bouts de la ficelle, à quelle distance de l'autre bout de la ficelle on doit placer le deuxième nœud pour obtenir un angle droit au point X ?



- A) 3                      B) 4                      C) 5                      D) 6                      E) Aucune de ces réponses

7. Une île est habitée par des cavaliers et des menteurs. Chaque cavalier dit toujours la vérité et chaque menteur ment toujours. Une fois, un habitant A, lorsqu'il a été demandé sur lui-même et un autre habitant, a soutenu qu'au moins un de A et B est un menteur. Laquelle des phrases suivantes est vraie?

- A) A n'est pas capable de faire un tel énoncé.  
 B) Les deux sont des menteurs.  
 C) Les deux sont des cavaliers.  
 D) A est un menteur tandis que B est un cavalier.  
 E) B est un menteur tandis que A est un cavalier.



8. Dans la figure, AE est divisé en quatre parties égales. On construit trois demi-cercles sur les diamètres AE, AD et DE respectivement, en créant ainsi deux trajectoires de A à E, comme montré dans la figure. Quel est le rapport entre la longueur de la trajectoire en haut et la longueur de la trajectoire en bas?

- A) 1:2                      B) 2:3                      C) 2:1                      D) 3:2                      E) 1:1

**Partie B: Chaque réponse correcte vaut 4 points.**

9. On considère un carré ABCD de côté 1 et on dessine toutes les carrés possibles qui partagent au moins deux sommets avec le carré ABCD. Quelle est l'aire de la région couverte par au moins un de ces carrés?

- A) 5                      B) 6                      C) 7                      D) 8                      E) 9

10. L'angle  $\beta$  est avec 25 % plus petit que l'angle  $\chi$  et avec 50 % plus grand que l'angle  $\alpha$ . Qu'est-ce qu'il est vrai sur l'angle  $\chi$ ?

- |                                            |                                            |                                            |                                             |                                             |
|--------------------------------------------|--------------------------------------------|--------------------------------------------|---------------------------------------------|---------------------------------------------|
| A) Il est avec 25% plus grand que $\alpha$ | B) Il est avec 50% plus grand que $\alpha$ | C) Il est avec 75% plus grand que $\alpha$ | D) Il est avec 100% plus grand que $\alpha$ | E) Il est avec 125% plus grand que $\alpha$ |
|--------------------------------------------|--------------------------------------------|--------------------------------------------|---------------------------------------------|---------------------------------------------|

11. Soit  $2^{x+1} + 2^x = 3^{y+2} - 3^y$ , où  $x$  et  $y$  sont des entiers. Quelle est la valeur de  $x$ ?

- A) 0                      B) 3                      C) -1                      D) 1                      E) 2

12. Quelle est la valeur de  $\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 358^\circ + \cos 359^\circ$ ?

- A) 1                      B)  $\pi$                       C) 0                      D) 10                      E) -1

13. Deux demi-cercles sont construits comme montré dans la figure. La corde CD est parallèle au diamètre AB du plus grand des demi-cercles et touche le plus petit des demi-cercles. Si la longueur de CD est 4, quelle est l'aire de la région ombragée?



- A)  $\pi$                       B)  $1.5\pi$                       C)  $2\pi$                       D)  $3\pi$                       E) plus d'information est nécessaire

14. La somme des cinq entiers consécutifs est égale à la somme des trois entiers consécutifs qui suivent. Quel est le plus grand de ces nombres?  
 A) 4                      B) 8                      C) 9                      D) 11                      E) autre réponse

15. Thomas est né lors de la 20<sup>ème</sup> anniversaire de sa mère, alors ils ont les mêmes jours d'anniversaire. Combien de fois l'âge de Thomas sera un diviseur pour l'âge de sa mère, si on suppose qu'ils vivront des longues vies?  
 A) 4                      B) 5                      C) 6                      D) 7                      E) 8

16. On considère une sphère de rayon 3 au centre du système de coordonnées cartésiennes. Combien des points sur la surface de la sphère ont des coordonnées entières?  
 A) 30                      B) 24                      C) 12                      D) 6                      E) 3

**Partie C: Chaque réponse correcte vaut 5 points.**

17. Lesquels des nombres suivants ne peuvent pas être écrits comme  $x + \sqrt{x}$ , si  $x$  est un nombre entiers?  
 A) 870                      B) 110                      C) 90                      D) 60                      E) 30

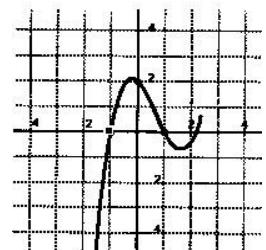
18. Si  $f(x) = \frac{2x}{3x+4}$  et  $f(g(x)) = x$ , quelle est l'équation de la fonction  $g(x)$ ?

- A)  $g(x) = \frac{3x+4}{2x}$                       B)  $g(x) = \frac{3x}{2x+4}$                       C)  $g(x) = \frac{2x+4}{4x}$                       D)  $g(x) = \frac{4x}{2-3x}$                       E) Autre réponse

19. Quelle est la mesure des angles aigus d'un losange si ses côtés sont la moyenne géométrique de ses diagonales? (Note: Le nombre  $C = \sqrt{A \times B}$  est nommé la moyenne géométrique des nombres A et B).

- A) 15°                      B) 30°                      C) 45°                      D) 60°                      E) 75°

20. Le graphique à droite est une partie du graphique de la fonction  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Il passe par les points (-1, 0), (0, 2) et (1, 0). Quelle est la valeur de  $b$ ?



- A) -4                      B) -2                      C) 0                      D) 2                      E) 4

21. Pour combien de nombres réels  $a$  l'équation du second degré  $x^2 + ax + 2007 = 0$  a deux racines entières?

- A) 3                      B) 4                      C) 6                      D) 8                      E) autre

réponse

22. Lors d'une fête, cinq amis s'offriront des cadeaux entre eux de la façon que chacun offre un cadeau et reçoit un cadeau (bien sûr, personne ne reçoit son propre cadeau). Combien de possibilités existent?

- A) 5                      B) 10                      C) 44                      D) 50                      E) 120

23. Quelle est la somme

$$\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}} ?$$

- A) 999/1000                      B) 99/100                      C) 9/10  
D) 9                      E) 1

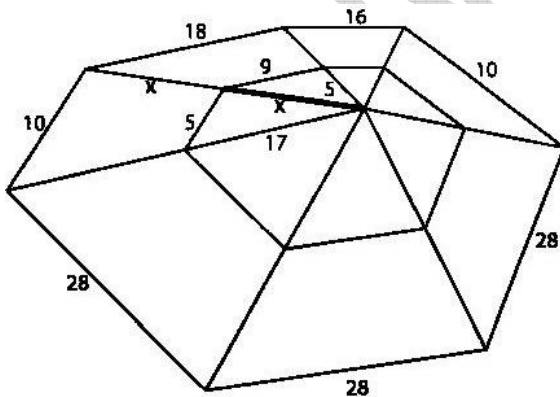
	1	2	3	.	.
	5	2	3	4	5
	4	1	.	2	1
	3	5	4	3	2
	2	1	5	4	3

24. Les chiffres de la séquence 123451234512345... remplissent les cellules du tableau d'une façon spiralee en commençant par la cellule marquée (voir figure). Quel chiffre sera écrit dans la cellule qui se trouve 100 cellules plus haut de la cellule marquée?

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5

**Bonus 1:** La séquence croissante 1, 3, 4, 9, 10, 12, 13, ... inclut toutes les puissances de 3 et tous les nombres qui peuvent être écrits comme la somme des différentes puissances de 3. Quel est le 100<sup>ème</sup> élément de la séquence?

- A) 150                      B) 981                      C) 1234                      D) 2401                      E) 3<sup>100</sup>



**Bonus 2:** Une araignée habile en mathématiques tisse une toile et quelques unes des ficelles ont la longueur montrée dans la figure. Si x est un entier, déterminez la valeur de x.

- A) 11                      B) 13                      C) 15                      D) 17                      E) 19

**Bonus 3:** Anne, Belinda et Charles jettent un dé. Anne gagne si elle jette un 1, 2, ou 3; Belinda gagne si elle jette un 4 ou 5; Charles gagne s'il jette un 6. Le dé circule de Anne à Belinda, ensuite à Charles, encore à Anne, etc., jusqu'à ce qu'un d'eux gagne. Calculer la probabilité que Charles gagne.

- A) 1/6                      B) 1/8                      C) 1/11                      D) 1/13                      E) Il est impossible pour Charles de gagner

DO NOT COPY