

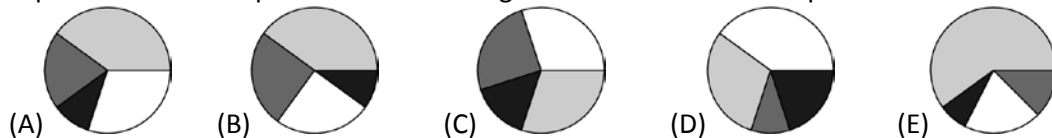
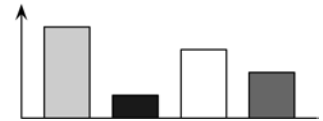


Concours canadien Kangourou des mathématiques

Partie A: Chaque bonne réponse vaut 3 points

- Andrea est née en 1997, sa sœur cadette Charlotte en 2001.
La différence d'âge entre les deux sœurs, quelque soit le cas, est :
(A) moins de 4 ans (B) au moins 4 ans (C) exactement 4 ans
(D) plus de 4 ans (E) pas moins de 3 ans
- Combien de nombres carrés parfaits supérieurs à 0 et inférieurs à 2015 sont aussi des cubes parfaits?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 12
- Combien y a-t-il de solutions à l'équation $2^{2x} = 4^{x+1}$?
(A) 0 (B) une infinité (C) 2 (D) 1 (E) 3

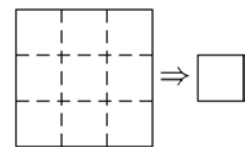
- Diana a dessiné un diagramme à barres représentant les quantités de quatre espèces d'arbres aperçues lors d'une excursion de biologie. Jasper pense qu'un diagramme à secteurs représenterait mieux les rapports entre les différentes espèces d'arbres. À quoi ressemble le diagramme à secteurs correspondant?



- Les sommets opposés d'un cube sont situés à $A(1,1,1)$ et $G(3,4,5)$ dans le plan cartésien. Trouve la longueur de l'arête du cube.
(A) 3 (B) $\sqrt{\frac{29}{3}}$ (C) 4 (D) $\sqrt{\frac{50}{3}}$ (E) 5

- On additionne les 31 nombres entiers de 2001 à 2031 et on divise la somme par 31. Qu'obtient-on comme résultat?
(A) 2012 (B) 2013 (C) 2015 (D) 2016 (E) 2496

- Un morceau de papier carré est plié le long des lignes pointillées, l'une après l'autre, dans n'importe quel ordre ou direction. On coupe un coin du petit carré ainsi obtenu. Le morceau de papier est alors déplié. Combien y a-t-il de trous dans le papier déplié?
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 9



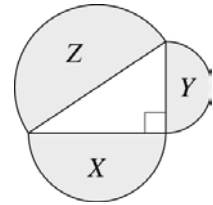
- Un verre à eau a la forme d'un cône tronqué (voir la figure). L'extérieur du verre (mais non la base) doit être recouvert de papier colorié. Quelle forme le morceau de papier doit-il avoir pour recouvrir entièrement le verre sans qu'il y ait chevauchement?



- (A) rectangle (B) trapèze (C) secteur de cercle
- (D) bande parallèle (E) une partie d'un secteur de cercle



9. Les diamètres de trois demi-cercles sont les côtés d'un triangle rectangle. Leurs aires sont $X \text{ cm}^2$, $Y \text{ cm}^2$ et $Z \text{ cm}^2$, tel que montré. Lequel des énoncés suivants est nécessairement vrai?



- (A) $X + Y < Z$ (B) $\sqrt{X} + \sqrt{Y} = \sqrt{Z}$ (C) $X + Y = Z$
 (D) $X^2 + Y^2 = Z^2$ (E) $X^2 + Y^2 = Z$

10. Parmi les choix suivants, lequel est la liste complète du nombre d'angles aigus qu'un quadrilatère convexe peut avoir?

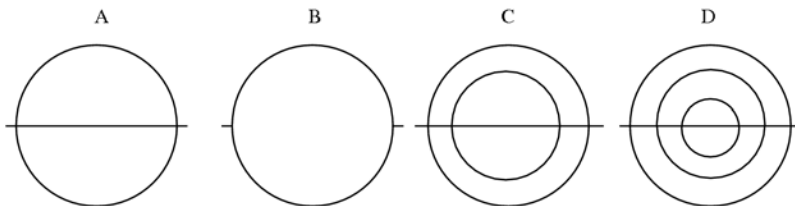
- (A) 0, 1, 2 (B) 0, 1, 2, 3 (C) 0, 1, 2, 3, 4 (D) 0, 1, 3 (E) 1, 2, 3

Partie B: Chaque bonne réponse vaut 4 points

11. En combien de régions l'axe des x et les graphes des fonctions $f(x) = 2 - x^2$ et $g(x) = x^2 - 1$ divisent-ils le plan cartésien?

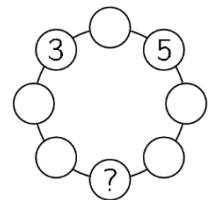
- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

12. Parmi les figures suivantes, combien peuvent être dessinées d'un trait continu sans passer deux fois par le même segment?



- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

13. Ella veut inscrire un nombre dans chacun des cercles de l'image afin que chaque nombre soit la somme de ses deux voisins. Quel nombre Ella doit-elle inscrire dans le cercle ayant un point d'interrogation?

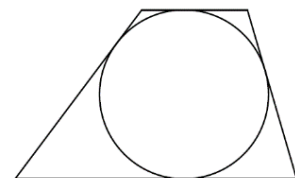


- (A) -5 (B) -16 (C) -8 (D) -3 (E) c'est impossible.

14. Un cercle a un rayon 7 cm. De tous les carrés ayant des côtés de longueurs entières qui s'inscrivent entièrement à l'intérieur de ce cercle, quelle est la longueur du côté du plus grand?

- (A) 6 cm (B) 7 cm (C) 8 cm (D) 9 cm (E) 10 cm

15. Dans cette figure, un cercle est inscrit dans un trapèze (de sorte que les côtés du trapèze sont tangents au cercle). La somme des longueurs des deux bases (côtés parallèles) est 29 cm, et la différence des longueurs des deux autres côtés est 5 cm. Combien existe-t-il de trapèzes de ce genre dont les longueurs des côtés sont entières? (Un trapèze qui est l'image symétrique d'un autre est considéré identique.)



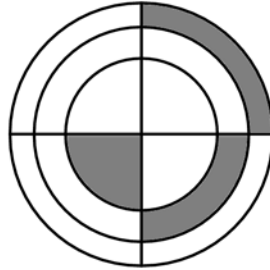
- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) un nombre supérieur à 5 (E) une infinité



16. La moyenne géométrique d'un ensemble de n nombres positifs est définie comme étant la racine n -ième du produit de ces nombres. La moyenne géométrique d'un ensemble de trois nombres est 3 et la moyenne géométrique d'un autre ensemble de trois nombres est 12. Quelle est la moyenne géométrique de l'ensemble formé des six nombres?

- (A) 4 (B) 6 (C) $\frac{15}{2}$ (D) $\frac{15}{6}$ (E) 36

17. Dans cette figure, il y a trois cercles concentriques et deux diamètres perpendiculaires. Si les trois parties ombragées ont la même aire et que le rayon du petit cercle est 1, quel est le produit des trois rayons?



- (A) $\sqrt{6}$ (B) 3 (C) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (D) $2\sqrt{2}$ (E) 6

18. Un concessionnaire automobile a acheté deux voitures. Il a vendu la première 40% de plus qu'il l'avait payée et la seconde 60% de plus qu'il l'avait payée. L'argent qu'il a reçu pour les deux voitures était 54% de plus que ce qu'il avait payé pour les deux. Le rapport des prix que le concessionnaire a payé pour la première et la deuxième voiture était:

- (A) 10:13 (B) 20:27 (C) 3:7 (D) 7:12 (E) 2:3

19. Billy a un dé ayant les nombres 1, 2, 3, 4, 5 et 6 inscrits sur ses six faces. Tina a un dé spécial : il a les nombres 2, 2, 2, 5, 5 et 5 sur ses six faces. Lorsque Billy et Tina lancent leurs dés, celui ou celle qui a le nombre le plus élevé gagne. Si les deux nombres sont égaux, c'est un match nul. Quelle est la probabilité que Tina gagne?

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{7}{18}$ (C) $\frac{5}{12}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{11}{18}$

20. Il y a 2015 billes dans une boîte. Les billes sont numérotées de 1 à 2015. Les billes dont la somme des chiffres est la même ont la même couleur et les billes dont les sommes des chiffres sont différentes sont de couleurs différentes. Combien y a-t-il de couleurs différentes de billes dans la boîte?

- (A) 10 (B) 27 (C) 28 (D) 29 (E) 2015

Partie C: Chaque bonne réponse vaut 5 points

21. Voici la table de multiplication des nombres 1 à 10.

x	1	2	3	...	10
1	1	2	3	...	10
2	2	4	6	...	20
3	3	6	9	...	30
...
10	10	20	30	...	100

Quelle est la somme de tous les 100 produits de la table complète?

- (A) 1000 (B) 2025 (C) 2500 (D) 3025 (E) 5500

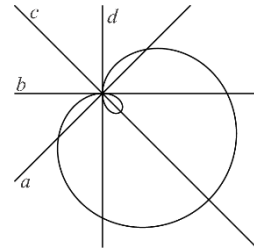


22. La courbe dans cette figure est décrite par l'équation

$$(x^2 + y^2 - 2x)^2 = 2(x^2 + y^2)$$

Laquelle des lignes a, b, c, d représente l'axe des y ?

- (A) a (B) b (C) c (D) d
(E) aucune d'elles



23. Un nombre est inscrit dans chaque case d'un tableau $n \times n$ ($n > 3$) de telle sorte que les sommes le long de toutes les rangées et colonnes du tableau soient les mêmes. De plus, les nombres ne sont pas tous égaux. Quel est le plus grand nombre possible de valeurs égales dans les cases du tableau?

- (A) $(n - 1)^2$ (B) $n(n - 1)$ (C) $n^2 - 4$ (D) $n^2 - 3$ (E) $n^2 - 1$

24. Combien existe-t-il de polygones réguliers dont les angles (en degrés) sont des entiers?

- (A) 17 (B) 18 (C) 22 (D) 25 (E) 60

25. Combien de nombres entiers positifs à 3 chiffres peuvent être représentés comme la somme d'exactly neuf puissances différentes de 2?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

26. Combien existe-t-il de triangles ABC où $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 20$ tel que tous les côtés ont des longueurs entières?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6

27. Dans le mot KANGAROO, Bill et Bob remplacent les lettres par des chiffres, de sorte que les nombres résultants soient des multiples de 11. Chacun d'eux remplace des lettres différentes par des chiffres différents et les mêmes lettres par les mêmes chiffres ($K \neq 0$). Bill obtient le plus grand nombre qu'il est possible d'obtenir de cette manière et Bob obtient le plus petit. Dans les deux cas, une des lettres est remplacée par le même chiffre. De quel chiffre s'agit-il?

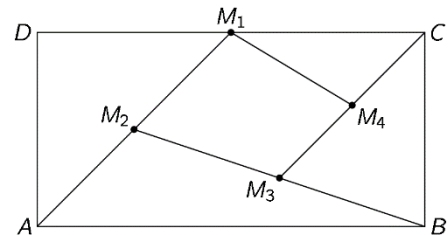
- (A) 0 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

28. Un morceau de papier a la forme d'un triangle équilatéral. Quel est le nombre minimal de lignes droites parallèles à ses côtés qui divisent le triangle en 100 régions au moins?

- (A) 16 (B) 25 (C) 36 (D) 81 (E) 100

29. Dans le rectangle $ABCD$ montré dans cette figure, M_1 est le milieu de DC , M_2 est le milieu de AM_1 , M_3 est le milieu de BM_2 et M_4 est le milieu de CM_3 . Trouver le rapport entre l'aire du quadrilatère $M_1M_2M_3M_4$ et celle du rectangle $ABCD$.

- (A) $\frac{7}{16}$ (B) $\frac{3}{16}$ (C) $\frac{7}{32}$ (D) $\frac{9}{32}$ (E) $\frac{1}{5}$



30. Des rectangles bleus et rouges sont dessinés au tableau noir. Exactly 7 des rectangles sont carrés. Il y a 3 rectangles rouges de plus que de carrés bleus. Il y a 2 carrés rouges de plus que de rectangles bleus. Combien y a-t-il de rectangles bleus au tableau noir?

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 6 (E) 10



Concours canadien Kangourou des mathématiques, 2015

Réponses 11^e et 12^e années

1	A B C D <u>E</u>	11	A B C <u>D</u> E	21	A B C <u>D</u> E
2	A <u>B</u> C D E	12	A B C <u>D</u> E	22	<u>A</u> B C D E
3	<u>A</u> B C D E	13	A B C D <u>E</u>	23	A <u>B</u> C D E
4	<u>A</u> B C D E	14	A B C <u>D</u> E	24	A B <u>C</u> D E
5	A <u>B</u> C D E	15	A B C <u>D</u> E	25	A B C D <u>E</u>
6	A B C <u>D</u> E	16	A <u>B</u> C D E	26	A B C <u>D</u> E
7	A <u>B</u> C D E	17	<u>A</u> B C D E	27	A B C <u>D</u> E
8	A B C D <u>E</u>	18	A B <u>C</u> D E	28	<u>A</u> B C D E
9	A B <u>C</u> D E	19	A B <u>C</u> D E	29	A B <u>C</u> D E
10	A <u>B</u> C D E	20	A B <u>C</u> D E	30	A <u>B</u> C D E