



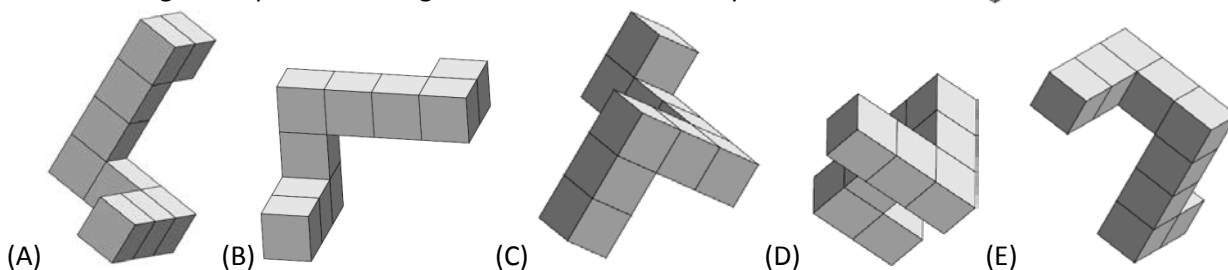
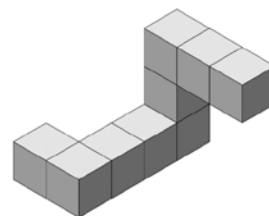
## Concours canadien Kangourou des mathématiques

### Partie A: Chaque bonne réponse vaut 3 points

1. La somme des âges de Tom et John est 23, la somme des âges de John et Alex est 24 et la somme des âges de Tom et Alex est 25. Quel est l'âge du plus vieux?

(A) 10      (B) 11      (C) 12      (D) 13      (E) 14

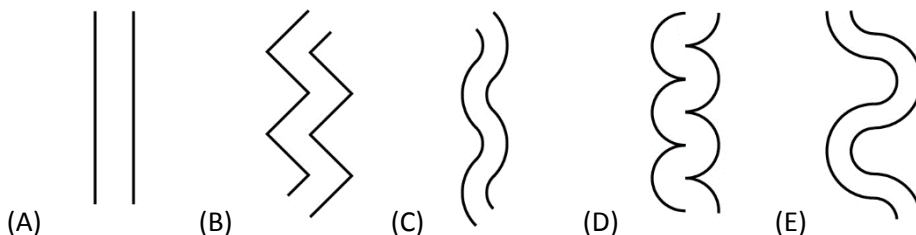
2. Alex le Kangourou a collé des cubes ensemble, comme dans la figure à droite. Il fait tourner la structure entre ses pattes pour l'examiner sous différents angles. Laquelle des images suivantes ne verra-t-il pas?



3. Soit  $a_n$  une progression géométrique où  $a_{2015} = 2015!$  et  $a_{2016} = 2016!$ . Quelle est la valeur de  $a_{2017}$ ?

(A)  $2017!$       (B)  $2016 \cdot 2016!$       (C)  $2015!$       (D) 2017      (E) 2016

4. La Compagnie de construction Ourse inc. construit un pont sur une rivière. Cette rivière a la particularité intéressante que le pont le plus court d'un point quelconque d'une rive à l'autre rive a toujours la même longueur. Parmi les figures suivantes, laquelle ne peut pas être celle de la rivière?

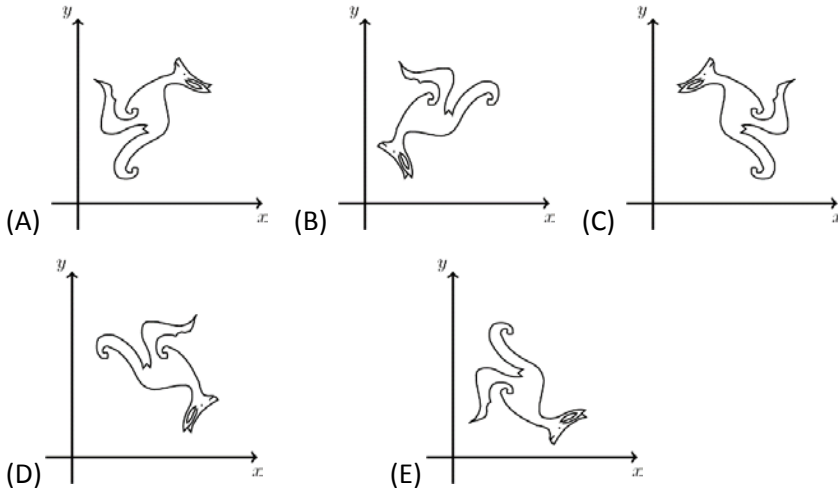
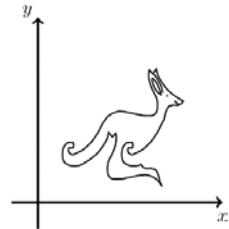


5. Combien de nombres entiers sont supérieurs à  $2015 \cdot 2017$  et inférieurs à  $2016 \cdot 2016$ ?

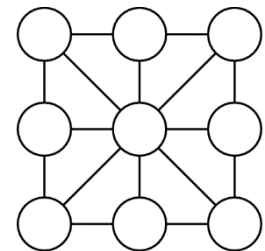
(A) 0      (B) 1      (C) 2015      (D) 2016      (E) 2017



6. L'image d'un kangourou est formée d'un ensemble de points dans le plan  $xy$ , comme dans la figure de droite. On échange les coordonnées  $x$  et  $y$  de chaque point. Qu'est-ce qu'on obtient?

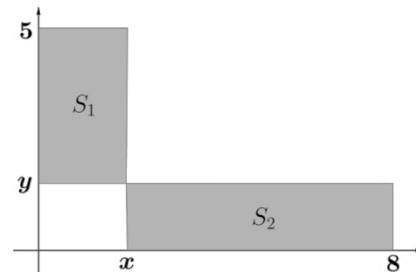


7. Diana veut inscrire neuf nombres entiers dans les cercles de ce diagramme de sorte que les huit petits triangles, qui ont les sommets joints par des segments, aient chacun les mêmes sommes des nombres dans leurs sommets. Quel est le plus grand nombre d'entiers différents qu'elle peut utiliser?



- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 5      (E) 8

8. Dans cette figure, les rectangles  $S_1$  et  $S_2$  ont la même aire. Trouvez le rapport  $\frac{x}{y}$ .

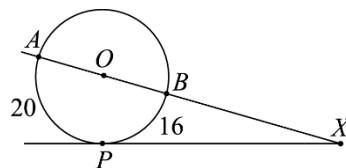


- (A) 1      (B)  $\frac{3}{2}$       (C)  $\frac{4}{3}$   
 (D)  $\frac{7}{4}$       (E)  $\frac{8}{5}$

9. Quelle est la valeur de  $x + \frac{2}{x}$ , si  $x^2 - 4x + 2 = 0$ ?

- (A) -4      (B) -2      (C) 0      (D) 2      (E) 4

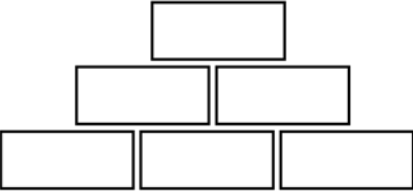
10. Dans la figure suivante, les arcs  $\widehat{AP}$  et  $\widehat{BP}$  ont respectivement comme longueur 20 et 16.



Quelle est la mesure de l'angle  $\angle AXP$ ?

- (A)  $30^\circ$       (B)  $24^\circ$       (C)  $18^\circ$       (D)  $15^\circ$       (E)  $10^\circ$

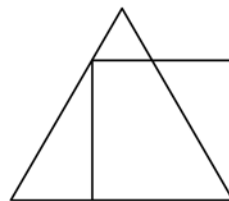

**Partie B: Chaque bonne réponse vaut 4 points**

11. Lorsqu'un nombre entier positif  $n$  est divisé par 6, le reste est 5. Quel est le reste si  $n^2$  est divisé par 12?  
 (A) 1 (B) 4 (C) 6 (D) 13 (E) aucun de ces nombres
12. Les quatre nombres  $a, b, c, d$  sont des entiers positifs qui satisfont les relations suivantes :  
 $a + 2 = b - 2 = c \cdot 2 = d \div 2$ . Lequel des quatre nombres est le plus grand?  
 (A)  $a$  (B)  $b$  (C)  $c$  (D)  $d$  (E) pas de solution unique
13. Dans cette pyramide, chaque boîte contient un nombre qui est le produit des nombres des deux boîtes directement en dessous d'elle. Parmi les nombres suivants, lequel ne peut pas apparaître dans la boîte du haut, si les trois boîtes du bas contiennent seulement des nombres entiers supérieurs à 1?
- 
- (A) 56 (B) 84 (C) 90 (D) 105 (E) 220
14. Que vaut  $x_4$ , si  $x_1 = 2$  et  $x_{n+1} = x_n^{x_n}$  pour  $n \geq 1$ ?  
 (A)  $2^{2^3}$  (B)  $2^{2^4}$  (C)  $2^{2^{11}}$  (D)  $2^{2^{16}}$  (E)  $2^{2^{768}}$
15. Dans un rectangle  $ABCD$ , la longueur du côté  $\overline{BC}$  est la moitié de la longueur de la diagonale  $\overline{AC}$ . Soit  $M$  un point sur  $\overline{CD}$  tel que  $|\overline{AM}| = |\overline{MC}|$ . Quelle est la mesure de l'angle  $\angle CAM$ ?  
 (A)  $12,5^\circ$  (B)  $15^\circ$  (C)  $27,5^\circ$  (D)  $42,5^\circ$  (E) une autre valeur
16. Diana a découpé un rectangle, dont l'aire est 2016, en 56 carrés égaux. Les longueurs des côtés du rectangle et des carrés sont des nombres entiers. Combien y a-t-il de rectangles différents qui peuvent être découpés de cette manière?  
 (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 0
17. Sur l'Île des chevaliers et des écuyers, chaque habitant est soit un chevalier (qui dit toujours la vérité), ou un écuyer (qui ment toujours). Lors d'un voyage dans l'île, vous rencontrez 7 personnes assises autour d'un feu de joie. Elles vous disent toutes : "Je suis assis entre deux écuyers!". Combien y a-t-il d'écuyers?  
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6  
 (E) On a besoin de plus d'information pour y répondre.
18. Les équations  $x^2 + ax + b = 0$  et  $x^2 + bx + a = 0$  ont toutes deux des racines réelles. On sait que la somme des carrés des racines de la première équation est égale à la somme des carrés des racines de la deuxième équation et que  $a \neq b$ . Quelle est la valeur de  $a + b$ ?  
 (A) 0 (B)  $-2$  (C) 4 (D)  $-4$  (E) impossible à déterminer.



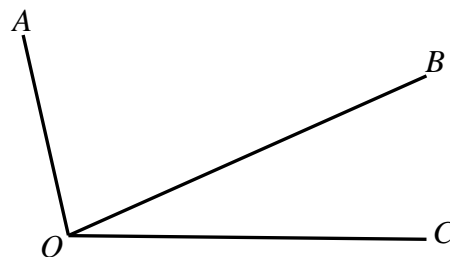
19. Le périmètre du carré de cette figure est 4. Quel est le périmètre du triangle équilatéral?

(A) 4            (B)  $3 + \sqrt{3}$     (C) 3            (D)  $3 + \sqrt{2}$     (E)  $4 + \sqrt{3}$



20. Si la différence entre  $\angle BOA$  et  $\angle COB$  est  $30^\circ$ , quelle est la mesure de l'angle entre la bissectrice de  $\angle COA$  et le segment  $\overline{OB}$  ?

(A)  $30^\circ$             (B)  $25^\circ$             (C)  $20^\circ$   
(D)  $15^\circ$             (E)  $10^\circ$



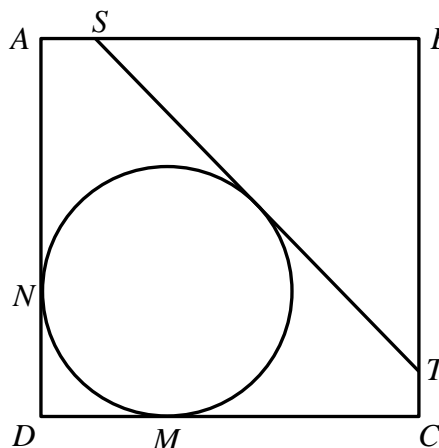
**Partie C: Chaque bonne réponse vaut 5 points**

21. Combien de solutions différentes l'équation  $(x^2 - 4x + 5)^{x^2 + x - 30} = 1$  admet-elle?

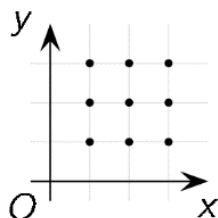
(A) 1            (B) 2            (C) 3            (D) 4            (E) une infinité

22. Dans la figure de droite, le cercle touche deux côtés du carré  $ABCD$  aux points  $M$  et  $N$ . Les points  $S$  et  $T$  sur les côtés du carré sont tels que  $|\overline{AS}| = |\overline{CT}|$  et que  $\overline{ST}$  est tangent au cercle. Si le diamètre du cercle est 2, et que  $\overline{MC}$  a comme longueur 2, quelle est la longueur de  $\overline{ST}$  ?

(A)  $\sqrt{8}$             (B)  $4\sqrt{2} - 2$     (C)  $2\sqrt{3}$   
(D) 3            (E)  $\sqrt{6} + 1$



23. Combien de fonctions quadratiques de  $x$  ont un graphe passant par au moins 3 des points indiqués ci-dessous?



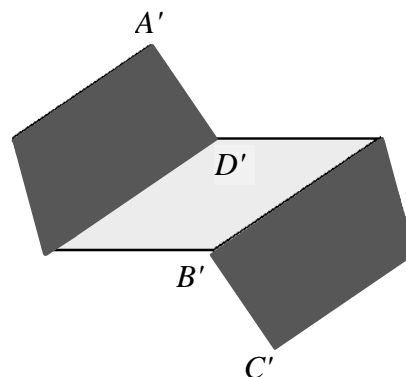
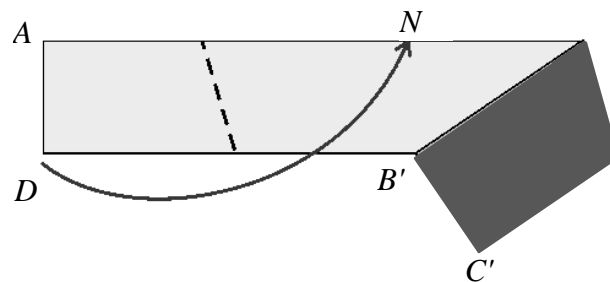
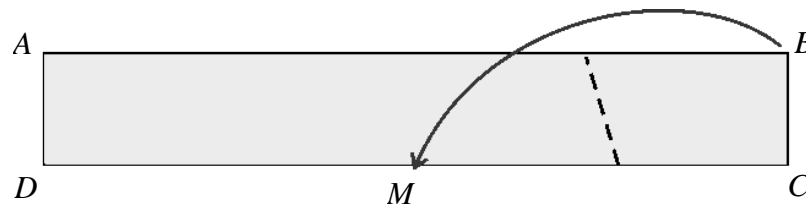
(A) 6            (B) 18            (C) 20            (D) 22            (E) 27

24. Dans un triangle rectangle  $ABC$  (angle droit en  $A$ ), les bissectrices des angles aigus se croisent au point  $P$ . Si la distance de  $P$  à l'hypoténuse est  $\sqrt{8}$ , quelle est la distance de  $P$  à  $A$  ?

(A) 8            (B) 3            (C)  $\sqrt{10}$             (D)  $\sqrt{12}$             (E) 4



25. Trois nombres à trois chiffres sont formés à partir des chiffres 1 à 9 (chaque chiffre est utilisé une seule fois). Lequel des nombres suivants ne peut pas être égal à la somme des trois nombres?  
(A) 1500      (B) 1503      (C) 1512      (D) 1521      (E) 1575
26. Un cube est découpé en six pyramides en reliant un point donné à l'intérieur du cube à chacun des sommets du cube. Les volumes de cinq pyramides sont 2, 5, 10, 11 et 14. Quel est le volume de la sixième pyramide?  
(A) 1      (B) 4      (C) 6      (D) 9      (E) 12
27. Une bande de papier rectangulaire  $ABCD$  de largeur 5 cm et de longueur 50 cm est gris pâle d'un côté et gris foncé de l'autre. Cristina plie la bande pour faire coïncider le sommet  $B$  avec le point milieu  $M$  du côté  $\overline{CD}$ . Elle la plie une autre fois pour faire coïncider le sommet  $D$  avec le point milieu  $N$  du côté  $\overline{AB}$ .



Quelle est l'aire, en  $\text{cm}^2$ , de la partie visible en gris pâle de la bande pliée?

- (A) 50      (B) 60      (C) 62,5      (D) 100      (E) 125



28. Anne a choisi un nombre entier positif  $n$  et a écrit la somme de tous les nombres entiers positifs de 1 à  $n$ . Un nombre premier  $p$  divise la somme, mais aucun des opérandes. Lequel des nombres suivants peut être égal à  $n + p$ ?
- (A) 217      (B) 221      (C) 229      (D) 245      (E) 269
29. On a des boîtes numérotées 1, 2, 3, etc. On met une boule portant le numéro 1 dans la boîte numéro 1. On met deux boules numérotées 2 et 3 dans la boîte numéro 2. On met trois boules numérotées 4, 5 et 6 dans la boîte numéro 3, et ainsi de suite. Quel est le numéro de la boîte contenant la boule 2016?
- (A) 50      (B) 53      (C) 60      (D) 63      (E) 70
30. Le nombre entier positif  $N$  a exactement six diviseurs distincts (positifs), en incluant 1 et  $N$ . Le produit de cinq de ces diviseurs est 648. Lequel des nombres suivants est le sixième diviseur de  $N$ ?
- (A) 4      (B) 8      (C) 9      (D) 12      (E) 24



# Concours canadien Kangourou des mathématiques, 2016

## Réponses 11<sup>e</sup>-12<sup>e</sup> année

1	A B C <u>D</u> E	11	<u>A</u> B C D E	21	A B <u>C</u> D E
2	A B C <u>D</u> E	12	A B C <u>D</u> E	22	A <u>B</u> C D E
3	A <u>B</u> C D E	13	A B C <u>D</u> E	23	A B C <u>D</u> E
4	A <u>B</u> C D E	14	A B <u>C</u> D E	24	A B C D <u>E</u>
5	<u>A</u> B C D E	15	A B C D <u>E</u>	25	<u>A</u> B C D E
6	<u>A</u> B C D E	16	A <u>B</u> C D E	26	A B <u>C</u> D E
7	A B <u>C</u> D E	17	A <u>B</u> C D E	27	A <u>B</u> C D E
8	A B C D <u>E</u>	18	A <u>B</u> C D E	28	<u>A</u> B C D E
9	A B C D <u>E</u>	19	A <u>B</u> C D E	29	A B C <u>D</u> E
10	A B C D <u>E</u>	20	A B C <u>D</u> E	30	A B <u>C</u> D E