

LE JEU-CONCOURS INTERNATIONAL
LE KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES
CANADA, 2017



INSTRUCTIONS
11^e – 12^e ANNÉE

1. Tu as 75 minutes pour résoudre 30 problèmes à choix multiple. Pour chaque problème, n'encercle qu'un seul des cinq choix proposés. Si tu encercles plus d'un choix, cela sera considéré comme une mauvaise réponse.
2. Inscris ta réponse dans le formulaire de réponses. Souviens-toi que tu seras noté (e) selon tes réponses sur le formulaire, alors vérifie que toutes tes réponses y sont transférées jusqu'à la fin du concours.
3. Les problèmes sont divisés en trois groupes. Chaque bonne réponse aux problèmes : de 1 à 10 vaut 3 points, de 11 à 20 vaut 4 points et de 21 à 30 vaut 5 points. On déduit un point de ton score à chaque réponse incorrecte. Chaque question restée sans réponse vaut 0 point. Pour éviter le pointage négatif, on commence le score à 30 points. Le pointage maximal est de 150.
4. Les calculatrices et le papier quadrillé ne sont pas permis. Tu peux utiliser du papier brouillon pour les calculs.
5. Les figures ne sont pas dessinées à l'échelle. Elles doivent être utilisées seulement pour l'illustration.
6. Souviens-toi que tu as en moyenne 2-3 minutes pour chaque problème, alors si un problème te semble plus difficile, passe au suivant et laisse-le pour plus tard s'il te reste du temps.
7. À l'expiration du temps de concours, remets le formulaire de tes réponses au superviseur. Tu peux amener à la maison le questionnaire du concours. N'oublie pas de prendre ton certificat de participation.

Bonne chance!

L'équipe du kangourou des mathématiques au Canada

2017 CMKC locations: Algoma University; Bishop's University; Brandon University; Brock University; Carlton University; Concordia University; Concordia University of Edmonton; Coquitlam City Library; Dalhousie University; Evergreen Park School; F.H. Sherman Recreation & Learning Centre; GAD Elementary School; Grande Prairie Regional College; Humber College; Lakehead University (Orillia and Thunder Bay); Laurentian University; MacEwan University; Memorial University of Newfoundland; Mount Allison University; Mount Royal University; Nipissing University; St. Mary's University (Calgary); St. Peter's College; The Renert School at Royal Vista; Trent University; University of Alberta-Augustana Campus; University of British Columbia (Okanagan); University of Guelph; University of Lethbridge; University of New Brunswick; University of Prince Edward Island; University of Quebec at Chicoutimi; University of Quebec at Rimouski; University of Regina; University of Toronto Mississauga; University of Toronto Scarborough; University of Toronto St. George; University of Windsor; The University of Western Ontario; University of Winnipeg; Vancouver Island University; Walter Murray Collegiate, Wilfrid Laurier University; YES Education Centre; York University; Yukon College.

2017 CMKC supporters: Laurentian University; Canadian Mathematical Society; IEEE; PIMS.

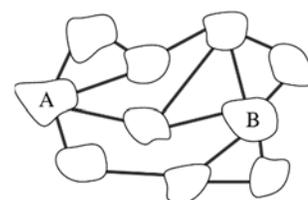


Concours canadien Kangourou des mathématiques

Partie A: Chaque bonne réponse vaut 3 points

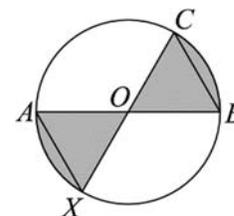
- Le plus grand commun diviseur de deux nombres entiers est 6. Lequel des nombres suivants ne peut pas être leur somme?
(A) 318 (B) 272 (C) 186 (D) 462 (E) 906
- La version H0 du chemin de fer de Ben est construite dans le rapport 1:87. Elle contient une reproduction de son frère de 2 cm de haut. Quelle est la taille réelle de son frère?
(A) 1.74 m (B) 1.62 m (C) 1.86 m (D) 1.94 m (E) 1.70 m

- Dans la figure de droite, il y a dix îles reliées par quinze ponts. Quel est le plus petit nombre de ponts que l'on peut éliminer pour qu'il soit impossible de se rendre de l'île A à l'île B?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

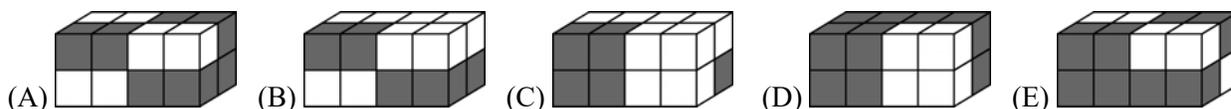


- Deux nombres positifs a et b sont tels que 75% de a est égal à 40% de b . Quel énoncé est vrai?
(A) $15a = 8b$ (B) $7a = 8b$ (C) $3a = 2b$ (D) $5a = 12b$ (E) $8a = 15b$
- Quelle est la probabilité qu'un entier naturel qui n'est pas divisible par 9 est divisible par 3?
(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{9}$ (C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{3}{8}$ (E) $\frac{1}{4}$

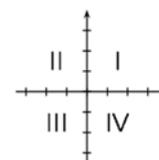
- Soit un cercle avec le centre O et les diamètres AB et CX tels que $OB = BC$. Quelle proportion de l'aire du cercle est ombrée?
(A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{3}{8}$ (E) $\frac{4}{11}$



- Une barre est formée de deux cubes blancs et deux cubes gris collés ensemble de sorte que le résultat est une barre de $4 \times 1 \times 1$ avec deux cubes blancs à une extrémité et deux cubes gris à l'autre: . Quelle figure peut être construite avec quatre barres?



- Quel quadrant ne contient aucun point du graphe de la fonction linéaire $f(x) = -3.5x + 7$?
(A) I (B) II (C) III (D) IV
(E) Tous les quadrants contiennent des points.





9. Chacune des cinq boîtes suivantes est remplie de boules rouges et bleues, comme il est indiqué sur l'étiquette. Ben veut piger une boule de l'une des boîtes, sans regarder. De quelle boîte doit-il piger une boule pour avoir la plus grande probabilité d'obtenir une boule bleue?

(A) 10 bleues, 8 rouges

(B) 6 bleues, 4 rouges

(C) 8 bleues, 6 rouges

(D) 7 bleues, 7 rouges

(E) 12 bleues, 9 rouges

10. Laquelle des fonctions suivantes a le graphe qui a le plus de points communs avec le graphe de la fonction $f(x) = x^2$?

(A) $g_1(x) = x^2$ (B) $g_2(x) = x^3$ (C) $g_3(x) = x^4$ (D) $g_4(x) = -x^4$ (E) $g_5(x) = -x$

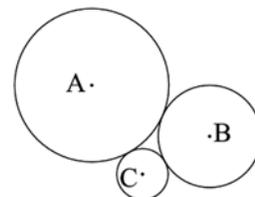
Partie B: Chaque bonne réponse vaut 4 points

11. Trois cercles mutuellement tangents dont les centres sont A, B et C ont pour rayons 3, 2 et 1, respectivement. Quelle est l'aire du triangle ABC?

(A) 6

(B) $4\sqrt{3}$ (C) $3\sqrt{2}$

(D) 9

(E) $2\sqrt{6}$ 

12. Le nombre positif p est plus petit que 1, et le nombre q est plus grand que 1. Lequel des nombres suivants est le plus grand?

(A) $p \cdot q$ (B) $p + q$ (C) $\frac{p}{q}$ (D) p (E) q

13. Deux cylindres droits A et B ont le même volume. Le rayon de la base de B est 10% plus grand que celui de la base de A. Par quel pourcentage la hauteur de A est-elle plus grande que celle de B?

(A) 5%

(B) 10%

(C) 11%

(D) 20%

(E) 21%

14. Je regarde l'horloge de notre ancienne église qui indique 9 heures. Combien de minutes entières doit-il s'écouler jusqu'au moment où l'aiguille des minutes dépasse l'aiguille des heures?

(A) 46

(B) 47

(C) 48

(D) 49

(E) 50

15. On a quatre dés tétraédriques, parfaitement équilibrés, dont les faces sont numérotées 2, 0, 1 et 7. Si on lance ces quatre dés, quelle est la probabilité qu'on peut former le nombre 2017 en utilisant exactement un des trois nombres visibles de chacun des dés?

(A) $\frac{1}{256}$ (B) $\frac{63}{64}$ (C) $\frac{81}{256}$ (D) $\frac{3}{32}$ (E) $\frac{29}{32}$

16. Les longueurs de trois différents côtés d'un prisme rectangulaire sont les trois racines distinctes de l'équation $x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = 0$. Quelle est l'aire totale de la surface du solide?

(A) 36

(B) 48

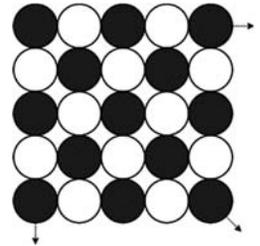
(C) 26

(D) 52

(E) 24



17. Julie a 2017 jetons; 1009 d'entre eux sont noirs et les autres sont blancs. Elle les place en forme de damier, comme montré, en commençant avec un jeton noir dans le coin supérieur gauche et en alternant les couleurs dans chaque rangée et chaque colonne. Combien de jetons de chaque couleur reste-t-il après qu'elle a complété le plus grand carré possible?



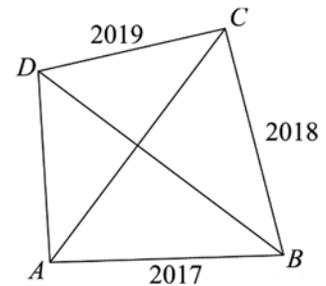
- (A) Aucun (B) 40 de chaque couleur (C) 40 noirs et 41 blancs
(D) 41 de chaque couleur (E) 40 blancs et 41 noirs

18. Soient deux entiers consécutifs dont les sommes des chiffres de chacun d'eux sont des multiples de 7. Au moins combien de chiffres le plus petit nombre a-t-il?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

19. Dans un quadrilatère convexe $ABCD$ les diagonales sont perpendiculaires. Les côtés ont pour longueur $|AB| = 2017$, $|BC| = 2018$ et $|CD| = 2019$ (la figure n'est pas à l'échelle). Quelle est la longueur de AD ?

- (A) 2016 (B) 2018 (C) $\sqrt{2020^2 - 4}$
(D) $\sqrt{2018^2 + 2}$ (E) 2020



20. Tytti essaie d'être un bon petit kangourou, mais il est toujours tenté de dire des mensonges. C'est ainsi que chaque troisième chose qu'il dit est un mensonge et le reste est toujours vrai. (Parfois il commence avec un mensonge et parfois avec un ou deux énoncés vrais.)

Tytti pense à un nombre à 2 chiffres et il en parle à son amie:

- "Un de ses chiffres est 2."
"Il est plus grand que 50."
"Il est un nombre pair."
"Il est plus petit que 30."
"Il est divisible par 3."
"Un de ses chiffres est 7."

Quelle est la somme des chiffres du nombre auquel Tytti pense?

- (A) 9 (B) 12 (C) 13 (D) 15 (E) 17

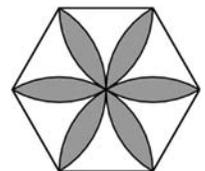
Partie C: Chaque bonne réponse vaut 5 points

21. Combien de nombres entiers positifs ont la propriété que le nombre obtenu en supprimant le dernier chiffre est égal à $1/14$ du nombre original?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

22. Cette figure montre un hexagone régulier dont la longueur des côtés est égale à 1. La fleur a été formée avec des secteurs de cercles de rayon 1 dont les centres sont situés aux sommets de l'hexagone. Quelle est l'aire de la fleur?

- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) $2\sqrt{3} - \pi$ (D) $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$ (E) $2\pi - 3\sqrt{3}$





23. Soit la séquence a_n où $a_1 = 2017$ et $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$. Quelle est la valeur de a_{2017} ?
- (A) -2017 (B) $\frac{-1}{2016}$ (C) $\frac{2016}{2017}$ (D) 1 (E) 2017
24. Dans une séquence de six nombres, le premier nombre est 4 et le dernier nombre est 47. Chaque nombre qui vient après le deuxième est égal à la somme des deux nombres précédents. S est la somme des six nombres de cette séquence. Dans lequel intervalle se trouve la somme S ?
- (A) 51 à 90 (B) 91 à 100 (C) 101 à 110 (D) 111 à 120 (E) 121 à 160
25. La somme des longueurs des trois côtés d'un triangle rectangle est égale à 18 et la somme des carrés des longueurs des trois côtés est égale à 128. Quelle est l'aire du triangle?
- (A) 18 (B) 16 (C) 12 (D) 10 (E) 9
26. On vous remet 5 boîtes, 5 boules noires et 5 blanches. Vous choisissez la manière de répartir les boules dans les boîtes (chaque boîte doit contenir au moins une boule). Votre opposant entre la pièce et pige une boule au hasard, d'une boîte de son choix. S'il pige une boule blanche, il gagne; sinon, vous gagnez. Comment devriez-vous répartir les boules dans les boîtes pour avoir la meilleure chance de gagner?
- (A) Vous mettez une boule blanche et une boule noire dans chaque boîte.
(B) Vous mettez toutes les boules noires dans trois boîtes, et toutes les boules blanches dans deux boîtes.
(C) Vous mettez toutes les boules noires dans quatre boîtes, et toutes les boules blanches dans une boîte.
(D) Vous mettez une boule noire dans chaque boîte, et ajoutez toutes les boules blanches dans une boîte.
(E) Vous mettez une boule blanche dans chaque boîte, et ajoutez toutes les boules noires dans une boîte.
27. Neuf entiers sont inscrits dans les cases d'un tableau 3×3 . La somme des neuf nombres est égale à 500. On sait que les nombres dans n'importe quelles deux cases voisines (c'est-à-dire des cases qui ont un côté en commun) diffèrent de 1. Quel est le nombre dans la case du milieu?
- (A) 50 (B) 54 (C) 55 (D) 56 (E) 57
- | | | |
|--|---|--|
| | | |
| | ? | |
| | | |
28. Si $|x| + x + y = 5$ et $x + |y| - y = 10$, quelle est la valeur de $x + y$?
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
29. Si $f(xy) = f(x + y)$ et $f(11) = 22$, quelle est la valeur de $f(33)$?
- (A) 11 (B) 22 (C) 33 (D) 44 (E) 66
30. Chacun des 2017 habitants d'une île est soit un menteur (qui ment toujours), soit un chevalier (qui dit toujours la vérité). Plus de 1000 d'entre eux assistent à un banquet et ils sont tous assis ensemble autour d'une table ronde. Chacun d'eux dit: « Des deux personnes à côté de moi, l'une est un menteur et l'autre est un chevalier. » Quel est le nombre maximum de chevaliers sur l'île?
- (A) 1683 (B) 668 (C) 670 (D) 1344 (E) 1343

International Contest-Game
Math Kangaroo Canada, 2017

Answer Key
Grade 11-12

1	A B C D E	11	A B C D E	21	A B C D E
2	A B C D E	12	A B C D E	22	A B C D E
3	A B C D E	13	A B C D E	23	A B C D E
4	A B C D E	14	A B C D E	24	A B C D E
5	A B C D E	15	A B C D E	25	A B C D E
6	A B C D E	16	A B C D E	26	A B C D E
7	A B C D E	17	A B C D E	27	A B C D E
8	A B C D E	18	A B C D E	28	A B C D E
9	A B C D E	19	A B C D E	29	A B C D E
10	A B C D E	20	A B C D E	30	A B C D E